INVESTIGACIÓN

Revista Mexicana de Investigación Educativa
julio-diciembre 1996, vol 1, núm 2,
pp. 268-282

Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto

Humberto De León e Irma Fuenlabrada***

Resumen:
El presente trabajo se ubica en el conjunto de investigaciones didácticas que estudian los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. Específicamente nos interesa analizar los procedimientos que utilizan los niños de primaria para resolver situaciones problemáticas que comprometen el significado de cociente de las frac-ciones. Realizar el mencionado análisis permite identificar los aciertos y errores de los alumnos y ayuda a reflexionar sobre las situaciones didácticas necesarias para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos. En este trabajo realizamos dicho análisis desde los enfoques de la psicología genética y la teoría de los campos conceptuales.

Abstract:
This paper refers to a series of didactic research work concerned with the teaching and learning processes of mathematical contents. The author is particularly interested in analizing the procedures used by primay children to solve problems involving the meaning of quotient in fractions. The analysis permits to identify right and wrong answers from the students, thus helping to reflect on the necessary didactic situations to facilitate the teaching and learning of mathematical contents. The study was carried out with the approach of Genetical Psychology and the theory of Conceptual Fields.

En este artículo se expondrá un trabajo de investigación[1] sobre los procedimientos que utilizan los niños de primaria para resolver situaciones que comprometen el significado de cociente de las fracciones.

El antecedente inmediato del estudio son algunas preguntas, sin respuesta, sobre problemas de reparto, que aparecen en la investigación realizada por Fuenlabrada y Block (1985) en el laboratorio de Psicomatemática del Departamento de Investigación Educativa (DIE). En esta investigación, el objetivo fue estudiar una secuencia de situaciones didácticas, basadas en problemas de reparto, que favoreciera la enseñanza de las fracciones en su significado de cociente de enteros. La secuencia se trabajó con alumnos de tercero y cuarto grados de primaria.

La diferencia entre el trabajo de Fuenlabrada y Block con éste, es que en aquél se hace énfasis en el diseño de situaciones didácticas que favorecen la aparición de ciertos procedimientos y concepciones de los alumnos, mientras que esta investigación se centra en estudiar los procedimientos para identificar y clasificar las dificultades, errores y aciertos de los alumnos al resolver problemas de reparto y explicar la razón de ellos.

Las fracciones y la escuela

La enseñanza de las fracciones es una de las tareas más difíciles para los maestros de educación primaria. Dicha dificultad se manifiesta en el alto porcentaje de niños que fracasan en aprender

* *Jefe del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV del IPN. Fax: 575 03 20.*

** *Comisionado como investigador en el Laboratorio de Psicomatemática del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV del IPN.*

este concepto.

Uno de los aspectos que determinan el fracaso, es la pobreza conceptual que se maneja en la práctica escolar. Se sabe que la enseñanza prioriza el significado del fraccionamiento de la unidad así como el dominio en las reglas de cálculo, dejando de lado una gran variedad de situaciones que están vinculadas con el significado de las fracciones. Algunos ejemplos de situaciones que no son debidamente aprovechadas en la instrucción son: los problemas de reparto, de comparación, de medición y de transformación de medidas.

Otro elemento que explica el fracaso es la ignorancia, por parte de los maestros, tanto de los esquemas de conocimiento que necesitan los alumnos para darle significado a las fracciones, como de los modelos de conocimiento implícito de los niños sobre las fracciones. Más aún los docentes plantean a los niños de manera prematura el uso del lenguaje convencional y los algoritmos sin reconocer que se necesitan ciertos esquemas (de partición, de equivalencia, conservación del área, etcétera) para darle sentido al lenguaje simbólico y las reglas de cálculo. Los saberes así aprendidos sólo sirven en el contexto escolar y no funcionan como herramientas para resolver problemas.

La situación antes descrita justifica la realización de investigaciones que aporten elementos sobre las concepciones de los niños y sobre las mejores condiciones didácticas que permitan la comprensión de los contenidos matemáticos que nos ocupan.

Fundamentos teóricos

El presente estudio se ubica en el conjunto de investigaciones sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los contenidos matemáticos. Esta problemática es compleja y diversa y es estudiada por la didáctica de las matemáticas.

La didáctica de las matemáticas aborda su objeto de estudio considerando las complejas relaciones que se presentan entre los profesores, los estudiantes, el conocimiento y el medio. Al estudiar esta problemática se han desarrollado cuatro líneas importantes de investigación:

• *La cognitiva*, desarrollada por G. Vergnaud (1991a) al estudiar la psicogénesis de los contenidos matemáticos.

• *La antropológica*, impulsada en un principio por Y. Chevallard (1985) sobre la distancia que hay entre los conocimientos constituidos por los especialistas y los que se realizan en el salón de clase y las razones que la explican.

• *La de la teorización sobre las situaciones didácticas*, donde los estudios realizados por G. Brosseau (1987), son una muestra de ellos.

• *Las investigaciones centradas en construir, experimentar y analizar situaciones para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula*, entre las que cabe señalar las desarrolladas en el DIE, por Fuenlabrada, Gálvez y Saiz (1978-1984) y posteriormente Fuenlabrada y Block de 1985 a la fecha.

De estas cuatro aproximaciones, nuestro estudio se ubica en la línea de la psicogénesis de los contenidos matemáticos, que se fundamenta en la psicología genética de J. Piaget, en la didáctica constructivista (Fuenlabrada, 1991) y en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1991b).

Para la psicología genética el conocimiento consiste en actuar sobre los objetos y transformarlos. La transformación del objeto puede ser física y conceptual, y esto último es lo más importante para la psicología genética. Por ejemplo, los niños al interactuar con materiales a repartir, transforman los objetos de manera física: los fracturan, pero lo más relevante es que el concepto de la relación parte-todo se transforma, de ser interpretada con la ayuda de los números enteros a la cuantificación de dicha relación de manera fraccionaria.

Algunas teorías de aprendizaje de las matemáticas adoptan la concepción de aprendizaje de la psicología genética, específicamente la idea de que los mecanismos de equilibración constituyen uno de los factores que explican el aprendizaje de nuevos conocimientos (Piaget, 1978). Para la psicología genética el aprendizaje no se concibe como una acumulación de conocimientos sino como un proceso donde los saberes previos se reorganizan en los nuevos conocimientos. La reorganización del conocimiento se vuelve necesaria, cuando unos esquemas entran en conflicto con otros o cuando las características del objeto de conocimiento presentan resistencias a ser asimiladas por dichos conocimientos.

Esta teoría del aprendizaje surge fuera del aula y se ubica en una problemática epistemológica y psicológica, que por lo mismo, no considera las especificidades del aprendizaje en el contexto escolar, o sea, no aborda las complejas relaciones entre el alumno, el saber, los docentes y el medio.

A pesar de lo anterior, coincidimos con Castorina (1994), en que los principios epistemológicos de la psicología genética son pertinentes para analizar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los contenidos escolares. En el entendido de que dicha pertinencia, no significa una aplicación directa de la teoría al campo educativo,[2] sino implica transformar el programa de investigación y la creación de nuevas categorías teóricas. Por ejemplo la psicología genética se centró en estudiar la construcción de categorías generales del pensamiento (espacio, tiempo, causalidad, etcétera) y los procesos responsables de dicha construcción y no se interesó por el estudio de los contenidos escolares, en cambio la disciplina didáctica (Fuenlabrada, 1991) debe necesariamente estudiar los procesos, conceptos y situaciones que se vinculan con los contenidos escolares, en un intento por diseñar y caracterizar situaciones didácticas que favorezcan la génesis de nuevos conocimientos.

Por su parte las investigaciones de G. Vergnaud (1991b), se centran en analizar las adquisiciones de los contenidos matemáticos. Su objetivo es desarrollar una teoría sobre la construcción de los campos conceptuales.

Para dilucidar los procesos de pensamiento de los sujetos en situación de resolver problemas que implican significados matemáticos Vergnaud (1991a; 253-262) elige como unidad de análisis la categoría de esquema, ésta la concibe como una “totalidad dinámica y organizada” por cuatro elementos:

• *Invariantes operatorios*. Son los conceptos o preconceptos que permiten reflejar las propiedades cualitativas y cuantitativas de los objetos y los que posibilitan la realización de inferencias o deducciones.

• *Cálculos relacionales*. Son las inferencias o deducciones que se realizan a partir de los invariantes operatorios.

• *Reglas de acción o procedimientos*. Se refieren a las reglas de acción que generan el comportamiento observable del sujeto en posibilidad de resolver situaciones problemáticas.

• *Predicciones*. Son las anticipaciones sobre los efectos de las acciones del sujeto sobre la realidad.

Para Vergnaud el significado de un contenido matemático no es independiente de las situaciones en que se funcionaliza, de los esquemas de acción que se ponen en juego y de los sistemas de significantes (dibujos, diagramas, escritura, etcétera) que se utilizan en la solución de problemas. Esta concepción es distinta a la que prevalece en la práctica escolar donde el concepto matemático está relacionado con cierta definición. Desde la perspectiva escolar los contextos y la acción de los niños son independientes del significado, no contribuyen a la construcción de los mismos, son simples apoyos que permiten aplicar la definición que se enseñó previamente.

Descontextualizar de las situaciones la definición de un concepto y bloquear la actividad de los sujetos no permite comprender la compleja dinámica que se da en la formación de los conceptos tanto en el plano histórico, como en el personal.

Vergnaud considera que un concepto está vinculado a una diversidad de situaciones, y a su vez una situación nos remite a varios conceptos, por ejemplo el de fracción está ligado a varias situaciones:

• *Cuando se reparten una o varias unidades a cierto número de personas*. Por ejemplo repartir 3 chocolates a 4 personas.

• *Cuando se compara una longitud con otra y una de ellas se considera como unidad de medida*. Por ejemplo, el largo de la mesa mide 3/4 de metro, la unidad de medida es el metro, se fractura en cuatro, y tres de esas cuatro partes dan la medida del largo de la mesa.

• *Cuando se unen dos medidas fraccionarias*. Por ejemplo, cuando se pregunta, ¿cuánto miden dos alambres si la longitud de uno es 2/3 de metro y del otro 3/4 de metro?

Por otra parte, en lo que se refiere a la relación entre situaciones y conceptos; una que, por ejemplo, exprese relaciones multiplicativas, puede remitir a los conceptos de área, volumen, proporción, fracciones, etcétera.

Por lo anterior para Vergnaud (1991b) el estudio de los conceptos matemáticos tiene sentido si se analizan sus múltiples relaciones, tanto con las más diversas situaciones como con otros conceptos, por ello propone la noción de campo conceptual.

Para Vergnaud un campo conceptual es un “espacio de problemas”. La importancia de la investigación sobre campos conceptuales está en que los conceptos simples no se constituyen de manera aislada sino en relación con otros conceptos y diferentes esquemas de significantes. El estudio de campos conceptuales desde una orientación psicogenética puede aportar las relaciones, continuidades y discontinuidades que se presentan entre distintos campos conceptuales, esta información sirve a la didáctica y como dice Halbawachs (1981) es importante para establecer “lo que se puede enseñar, en qué orden y con qué métodos”.

Las anteriores concepciones se encuentran presentes en este estudio tanto en el diseño de la investigación, como en el análisis de los resultados.

Los diferentes significados de las fracciones

Los números fraccionarios son una estructura de una riqueza y complejidad que encuentran aplicaciones en una multiplicidad de contextos: la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana. En cada uno de estos contextos las fracciones se presentan con una diversidad de significados. Este estudio se apoya en el análisis y clasificación de Kieren (1980; 1983) sobre los racionales. Este autor, en nuestra opinión, es quien presenta con mayor profundidad y riqueza los diferentes matices de los números fraccionarios.

Kieren afirma que la expresión simbólica *a/b* puede modelar cuatro significados o ideas matemáticas: medida, cociente, operador multiplicativo y razón, agrega un quinto significado la relación parte-todo, pero señala que éste se puede encontrar presente en los otro cuatro significados, al identificar en cada contexto la unidad y sus partes correspondientes.

Este trabajo se centra en estudiar un significado en particular, el de cociente de enteros. Específicamente se han elegido las situaciones de reparto, porque en éstas, se funcionaliza de manera intuitiva el significado de cociente.

Las situaciones de reparto son particularmente importantes porque propician en los niños el desarrollo de las habilidades de subdivisión en partes iguales y de manera exhaustiva. Actividades que permiten cuantificar de manera implícita la fracción resultante de un reparto.

Diseño de la investigación

Para cumplir con nuestro objetivo, se entrevistó a 24 niños, 4 por grado. Posteriormente se incrementó la muestra a 36, se agregaron 4 niños por grado, de primero a tercero, para explorar con más profundidad los problemas de reparto.

Las entrevistas fueron una combinación de estructura fija de preguntas con el empleo del método de exploración crítica creado por Piaget.

A todos los niños se les presentaron tres tipos de problemas:

1) De reparto.

2) De selección del pedazo resultado de una repartición.

3) De comparación de repartos.

En este artículo sólo se reportan los resultados del segundo bloque de problemas: la selección del pedazo.

Selección del pedazo

Situación problemática: A partir de un reparto de chocolates (equitativo y exhaustivo) ya realizado, entre cierta cantidad de niños, se les pide a los alumnos que seleccionen el pedazo de chocolate que le tocó a cada niño; el pedazo lo seleccionan de cuatro posibles repartos. Esta situación problemática involucró a las fracciones 1/3 y 3/4, es decir “1 chocolate repartido entre 3 niños” y “3 chocolates repartidos entre 4 niños”, respectivamente.

La estrategia privilegiada para resolver este tipo de problemas es la conmensuración. Esta consiste en juntar todos los chocolates involucrados y buscar aquellos pedazos iguales que yuxtapuestos coincidan con la longitud total.

Esta estrategia implica abstraer, implícita o explícitamente, la relación “X chocolates es igual a Y número de pedazos iguales”.

La situación (1/3) consiste en colocar ante el alumno un “chocolate” (una tira de cartoncillo de 18 cm de largo) y cuatro repartos con cuatro pedazos iguales en cada reparto, los tamaños de los pedazos, en cada paquete de cuatro, eran de 3, 4.5, 5 y 6 centímetros, respectivamente. Al niño se le decía: “Mira el chocolate es de este tamaño (se le mostraba la tira de 18 cm), si yo reparto este chocolate entre 3 niños (se le señalaban 3 muñecos) de qué tamaño será el pedazo que le toque a cada niño, de éste (se señalaban los cuatro pedazos de 3 cm), de éste (se señalaban los cuatro pedazos de 4.5 cm), de éste (se señalaban los cuatro pedazos de 5 cm) o de éste (se señalaban los cuatro pedazos de 6 cm)”. En esta situación la selección correcta era el pedazo de 6 centímetros.

La consigna en la situación (3/4) era análoga a la anterior, se mostraban los 3 chocolates (cada uno de 12 centímetros), los muñecos y 4 diferentes resultados posibles del reparto (los pedazos eran de 4.5 cm, 6 cm, 8 cm y 9 cm). En esta situación, la selección correcta era el pedazo de 9 centímetros.

En ambas situaciones cuando los alumnos elegían un pedazo se les pedía que comprobaran, de alguna manera, que el pedazo seleccionado era el correcto.

El objetivo era indagar los momentos previos a la aparición de la estrategia de conmensuración; las dificultades y obstáculos a que se enfrentan los niños para resolver la situación problemática planteada e identificar los grados escolares en que se empieza a recurrir a la conmensuración.

Expondremos a continuación los principales resultados.

Selección del pedazo: Situación (1/3)

En la situación (1/3) clasificamos los resultados en dos grupos:

a) En el grupo I están los alumnos que transforman el problema.

b) En el grupo II están los que resuelven el problema recurriendo a la medición del chocolate, superponiendo el pedazo elegido en el chocolate.

Iniciemos el análisis con los alumnos del grupo I.

Grupo I: Los niños de este grupo empiezan por transformar el problema en una actividad de reparto, es decir toman uno de *los pedazos* e intentan repartirlo. Después de replantearles la consigna, entienden de ella que había que elegir un pedazo, escogen entonces uno de ellos con base en una relación cuantitativa que establecían con cualquier otro elemento presente en la situación. Ante la solicitud (del entrevistador) para que comprobaran la validez de la elección, no podían funcionalizar ningún procedimiento.

Luis e Iván pertenecen a este grupo. Luis elige el pedazo de 3 cm, al pedirle que compruebe que ése es el correcto, se limita a decir que ese pedazo (el de 3 cm) es menor que el de 4.5 centímetros, cuando se le pide que explique un poco más su respuesta, lo que hace es repartir los pedazos de 3 cm a “los niños” (muñecos). A Luis no se le ocurre juntar los pedazos y luego comparar la longitud de los tres con la del chocolate o desplazar sucesivamente el pedazo tres veces sobre la longitud del chocolate entero.

Iván también elige el pedazo de 3 cm y al pedirle que compruebe que la elección “es correcta” recurre a una justificación alejada de la lógica de las relaciones en juego y dice que “ese pedazo es de la misma altura que los muñecos”.

Lo anterior es un indicio de la dificultad que tienen esos alumnos para realizar la acción inversa del reparto. Recordemos que en las condiciones iniciales de la situación el reparto ya estaba realizado (por el “entrevistador”); era necesario entonces que los niños tuvieran alguna idea respecto a que la reunión de ciertos pedazos iguales permitía recuperar el todo.

En este grupo se encuentran los cuatro alumnos de primero. En la primera situación problemática, la del reparto (no reportada en este artículo), todos estos alumnos tuvieron dificultades para coordinar la exhaustividad y las partes iguales del reparto.

Grupo II: En este grupo los niños frente a la situación (1/3) estiman a “ojo” cuál de los pedazos pueden caber tres veces en el chocolate. Al pedirles que comprueben que eligieron correctamente, miden el chocolate con los pedazos elegidos; rechazan los que no caben exactamente tres veces en el chocolate, así verifican que la elección fue correcta, o en el proceso se dan cuenta que su anticipación fue incorrecta y cambian de pedazo, para encontrar el correcto.

En este grupo se encuentran todos los alumnos de segundo a sexto. Algunos, se limitan a medirlos, pero otros además de medir lo explicitan y dicen “voy a medir los pedazos en el chocolate”; más aún, estos niños llegan a descubrir en el contexto de la situación de reparto las relaciones de medida involucradas en la selección del pedazo (la partición y el desplazamiento sucesivo de una de las partes sobre la longitud total que se desea medir).

Selección del pedazo: Situación (3/4)

En esta situación se clasifican los resultados en cuatro grupos.

Grupo I: En este grupo están quienes consideran que el pedazo debe de ser menor que un chocolate. Los alumnos, al utilizar este procedimiento, se apoyan en la relación cualitativa de parte-todo. Luis es un ejemplo de esta estrategia, elige el pedazo de 4.5 y al pedirle que lo compruebe dice: “Estos (señala los de 4.5 cm) ...porque están más chiquitos que éstos (señala los chocolates)”. En este grupo se encuentran los cuatro alumnos de primero.

Grupo II: Los alumnos de este grupo miden un chocolate tomando como unidad un pedazo. En este procedimiento la idea de los niños es encontrar un pedazo que quepa cuatro veces en *un* chocolate. En los procedimientos de estos niños subyace el significado de fraccionamiento de la unidad, que sabemos se trabaja de manera privilegiada en la escuela.

Cynthia es un ejemplo de este grupo; toma en cuenta los pedazos más chicos, compara la longitud de esos cuatro y los compara con un chocolate, como no se cumple lo que ella espera concluye: “ninguno es, porque no le cupieron los más chiquitos”.

Once niños usan este procedimiento, es el que predomina en los niños de nuestra muestra. No podemos dejar de anotar que el significado de la fracción como fraccionamiento de la unidad, que subyace al procedimiento usado por los niños, es prácticamente el único significado que se trabaja en la escuela.

Grupo III: En este grupo los alumnos miden *uno o más* chocolates con los pedazos y fracasan. Los niños de este grupo hacen toda una serie de ensayos, prueban con todos los pedazos. La diversidad de ensayos y errores sin éxito indican la ausencia de la relación “X número de pedazos debe ser igual a Y número de chocolates”.

Fabiola es un ejemplo de este grupo. Ella realiza varios procedimientos: transforma el problema en uno de reparto, junta los chocolates pero no tiene una anticipación numérica de cómo deben de empatar los chocolates con los pedazos, finalmente pone el pedazo de 9 cm en un chocolate y dice que ninguno es el correcto.

Grupo IV: En este grupo se encuentran los alumnos que miden uno o más chocolates con los pedazos y tienen éxito. Se puede hacer una distinción a su interior, de los 6 niños que lo componen, 4 realizan estrategias similares a las del grupo 3, hacen una serie de ensayos y errores pero finalmente eligen el pedazo correcto y los 2 niños que restan en el grupo aplican sin rodeos la relación de conmensuración, ello les evita hacer cambios de procedimiento como la mayoría de los niños.

Conclusiones

Se organizan las conclusiones desde dos planos de reflexión: el psicogenético y el didáctico.

Plano psicogenético

Desde el punto de vista psicogenético se identifican tres formas de funcionalizar la relación parte-todo.

a) En la primera forma, los niños no han construido la relación parte-todo, en el contexto más sencillo de reparto, consecuentemente no pueden resolver una situación más compleja, la de selección del pedazo. Por la ausencia de la relación parte-todo los niños transforman el problema en uno de reparto sin partición, es decir sólo distribuyen pedazos a “los niños” (muñecos). O, eligen cualquier pedazo y cuando se les pide que comprueben, se limitan a decir que ése es el pedazo porque es menor que el chocolate, sustentan su afirmación en una experiencia cotidiana, cuando se “reparte algo” a uno le toca “un pedazo de ese algo”. Es claro que, quienes apelan a este tipo de cotidianidad tienen una posibilidad muy grande de fracasar en la elección del pedazo. Todos los niños de primero se caracterizan por esta manera de enfrentar la situación.

b) En la segunda forma la relación parte-todo aparece de manera implícita en el contexto de reparto. Los niños en la situación de selección del pedazo recurren a ella midiendo *un* chocolate con un pedazo como unidad de medida. Pero este procedimiento conduce a éxito en la situación (1/3), y al fracaso en la situación de (3/4). La relación parte-todo está construida para los casos particulares en los que “el todo” está representado por *una* unidad (en la que sirve el “fraccionamiento de la unidad”). Esta manera de funcionalizar la relación parte-todo se encuentra en alumnos de segundo a sexto.

c) En la tercera forma la relación parte-todo está presente de manera explícita en el contexto de reparto. Los niños en la situación de selección del pedazo la funcionalizan en un procedimiento que apela a la conmensuración. Sin embargo en este grupo de niños hay que distinguir tres subgrupos en función de su actuación, sobre todo en la situación (3/4).

En el primer subgrupo están quiénes recurren a la conmensuración pero no cuentan con una anticipación de la relación entre el número de chocolates y el número de pedazos y fracasan en la elección del pedazo. En este subgrupo encontramos alumnos de segundo y tercero.

En el segundo subgrupo están los niños que no anticipan en la situación (3/4), pero en sus ensayos y errores llegan a conmensurar los 3 chocolates y los 4 pedazos y esto les permite seleccionar correctamente. En este subgrupo hay alumnos de cuarto, quinto y sexto.

En el tercer subgrupo se ubican los niños que recurren a la conmensuración y anticipan la relación de igualdad que debe darse entre 3 chocolates y 4 pedazos. En este subgrupo hay tan sólo dos niños, uno de cuarto y uno de quinto.

Dejando de lado a los dos niños que usan la conmensuración y anticipan la relación 3 a 4 involucrada en la situación (3/4), la mayoría tienen dificultades en la situación de la selección del pedazo.

Plano didáctico

Podemos caracterizar las dificultades de los niños si recurrimos al concepto de obstáculo epistemológico. Este concepto lo retoma Brousseau (1983) de Bachelard, y al adaptarlo al campo de la Didáctica lo entiende como un conocimiento que se constituye en relación con un objeto, que implica ciertas anticipaciones y consecuencias, es un conocimiento que se resiste a ser rechazado y a modificarse en lo más mínimo. Un obstáculo epistemológico es siempre resultado de una interacción del niño con un cierto contexto cultural.

Con base en lo anterior podemos identificar en los niños dos tipos de obstáculos:

a) Los que se relacionan con las limitaciones propias del desarrollo conceptual. En este caso están los niños que asimilan la relación parte-todo a una relación tan sólo cualitativa, comprenden que el todo es más que la parte, pero no entienden la relación en términos fraccionarios. Lo anterior representa un obstáculo en la situación de selección del pedazo e impide que los niños puedan interactuar con la situación para resolverla.

b) Los obstáculos epistemológicos que se originan desde lo didáctico. Estos se derivan de las prácticas escolares. Los niños, que recurren al significado de la fracción como fraccionamiento de la unidad, son un ejemplo de este tipo de obstáculo. También se puede hablar de obstáculo didáctico en aquellos niños que no anticipan la relación de igualdad entre 3 chocolates y 4 pedazos. En el primer caso el obstáculo se propicia desde la práctica de enseñanza dominante, respecto de las fracciones y su significado; en el segundo, se trata más bien de una ausencia del trabajo didáctico correspondiente.

En general, encontramos que la mayoría de los niños tienen dificultades para resolver el problema de la selección del pedazo. Los niños de los primeros grados no han construido, en el plano de la acción implícita, la relación de igualdad entre el total de enteros de un reparto y el total de pedazos del mismo reparto, y los niños de tercero a sexto que tienen dicha relación, al menos de manera implícita, no logran funcionalizarla con anticipación en el contexto de la selección del pedazo.

Las implicaciones didácticas de nuestros resultados son las siguientes:

l No resulta significativo para los niños de primero y segundo entrar en contacto con el contenido de las fracciones. Los niños de estos grados carecen de mediaciones cognitivas que les permitan organizar sus acciones ante las situaciones de reparto. En términos didácticos ello implica un obstáculo para la comprensión de las fracciones y de su escritura convencional en el par de números *a/b*. Estos resultados apoyan las nuevas orientaciones, plasmadas en el Plan y programas de estudio (SEP, 1993) que plantean trasladar a tercero el inicio de la enseñanza del concepto de fracción.

l En relación con el aspecto conceptual de las fracciones hay que señalar dos aspectos:

a) Se deben de trabajar primero las relaciones conceptuales de la fracción y, en un segundo momento, enseñar la representación simbólica convencional y los algoritmos.

b) El significado o aspecto conceptual de las fracciones debe de ser enriquecido con los diversos contextos que identifica Kieren: medida, cociente, razón y operador y no limitarse a la idea del fraccionamiento de la unidad.

• Con las situaciones de reparto y sus variantes se pueden expresar tanto fracciones propias como impropias y por lo tanto permiten, en principio, superar el obstáculo que representa el fraccionamiento de la unidad para comprender el significado de las fracciones.

En síntesis, podemos señalar que la construcción del significado de las fracciones es complejo y prolongado y ello resulta de la interacción de los niños con situaciones problemáticas, con sus esquemas de conocimiento y con los sistemas de significantes o signos.

El gran reto que se nos presenta es construir las secuencias didácticas que propicien en los alumnos el aprendizaje de los diferentes significados de las fracciones y los lleven a un uso más real de los significantes.

Notas

1 Este trabajo forma parte de la tesis "Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto". La tesis se realiza para obtener el grado en la maestría en ciencias en la especialidad de Investigación Educativa del DIE, CINVESTAV y es dirigida por la M. en C. Irma Fuenlabrada V.

2 Para analizar los fracasos y errores de una aplicación acrítica de la psicología genética al campo educativo, véase a Emilia Ferreiro (Ferreiro, 1992).

Bibliografía

Brousseau, Guy (1983). "Les obstacles épistémologiques et les problémes mathématiques" en *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 2 (3), pp 303-346, Francia: Pensé Sauvage Editions.

Brousseau, Guy (1987). "Fondementes et méthodes de la didadactique" en *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 7(2), pp 33-115, Francia: Pensé Sauvage Editions.

Castorina, José Antonio (1994). "Problemas epistemológicos de las teorías del aprendizaje en su transferencia a la educación" en *Perfiles Educativos,* num. 65, pp. 3-16, México, DF: CISE/UNAM.

Chevallard, Yves (1985). *La transposition didactique,* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Halbawachs, F.; Rouchier, A.; Vergnaud, G. (1981). "Estructura de la materia enseñada, historia de la ciencias y desarrollo conceptual de los alumnos", en *Psicología Genética y Educación*, Barcelona: Oikos-Tau.

Ferreiro, Emilia (1992). “Psicogenésis y Educación” en *Documentos/DIE,* núm. 300 (2), México, DF: DIE-CINVESTAV-IPN.

Fuenlabrada, Irma; Gálvez, Grecia; Saiz, Irma (1978-1984). “Un programa experimental de matemática en la escuela primaria” (Documento interno), México: DIE-CINVESTAV.
Fuenlabrada, Irma; Block, David (1985). “Alternativas curriculares para la enseñanza de la matemática en la escuela primaria” (Documento interno), México: DIE-CINVESTAV.

Fuenlabrada, Irma (1991). “La investigación en didáctica de la matemática. Un problema actual”, en *Avance y perspectiva*, vol. 10, julio-septiembre, pp. 226-230, México, DF.

Kieren, Thomas (1980). “The Rational Number Construct-Its Elements and Mechanisms”, en *Recent Research on Number Learning*, Columbus, Ohio ERIC/SMEC.

Kieren, T. (1983). “La partición, la equivalencia y la construcción de ideas relacionadas con los números racionales”, en *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Zweng M, T. Green, J. Kilpatrick (ed.). Estados Unidos, pp. 506-508. Traducido al español por O. Figueras, 1989, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV.

Piaget, Jean (1978). *La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema Central del desarrollo,* Madrid: Siglo XXI.

SEP, (1993). Plan y programas de estudio 1993. Educación Básica. Primaria, México, DF: SEP.

Vergnaud, Gerard (1991a). *El niño, las matemáticas y la realidad*, México: Editorial Trillas.

Vergnaud, Gerard (1991b). “La théorie des champs conceptuels” en *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 10 (2,3) pp 133-170, Francia: Pensé Sauvage Editions.